ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

o0o

VŨ DUY HƯNG

VẬN DỤNG PHƯƠNG PHÁP XÁC SUẤT VÀO GIẢI MỘT SỐ ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

Thái Nguyên, 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

o0o

VŨ DUY HƯNG

VẬN DỤNG PHƯƠNG PHÁP XÁC SUẤT VÀO GIẢI MỘT SỐ ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

Chuyên ngành: Phương pháp Toán sơ cấp
Mã số: 60 46 01 13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:
PSG.TS. TRỊNH THANH HẢI

Thái Nguyên, 2017

Mục lục

Lời cảm ơn

Luận văn này được thực hiện tại trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên và hoàn thành dưới sự hướng dẫn của Phó Giáo sư - Tiến sĩ Trịnh Thanh Hải. Tác giả xin trân trọng bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc tới thầy, người đã tận tình chỉ bảo, hướng dẫn, động viên khích lệ và tạo điều kiện thuận lợi cho tác giả trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu luận văn.

Qua bản luận văn này, tác giả xin gửi lời cảm ơn tới Ban Giám hiệu trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, Ban chủ nhiệm khoa Toán - Tin, cùng các giảng viên đã tham gia giảng dạy và tạo mọi điều kiện tốt nhất để tác giả học tập và nghiên cứu trong suốt thời gian qua.

Tác giả cũng xin cảm ơn gia đình, bạn bè, đồng nghiệp và tất cả mọi người đã quan tâm, động viên và giúp đỡ để tác giả có thể hoàn thành luận văn của mình.

Tác giả xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, ngày ... tháng ... năm 2017

Tác giả luận văn

Vũ Duy Hưng

Danh mục các ký hiệu, các chữ viết tắt

$P(A)$	Xác suất của biến cố A .
Ω	Không gian biến cố sơ cấp.
ω	Biến cố sơ cấp.
P_n	Số hoán vị của n phần tử.
A_n^k	Số chỉnh hợp chập k của n phần tử.
$\overline{X}_n^m$	Số chỉnh hợp lặp chập m của n phần tử.
C_n^k	Số tổ hợp chập k của n phần tử.
$E(X)$	Kỳ vọng toán của đại lượng ngẫu nhiên X.
$D(X)$	Phương sai của đại lượng ngẫu nhiên X.
$\sigma(X)$	Độ lệch tiêu chuẩn.

Mở đầu

1. Lý do chọn đề tài

Trong các đề thi học sinh giỏi trong nước và quốc tế, nhiều bài toán tổ hợp chỉ có thể được giải quyết khi ta vận dụng các tính chất của xác suất trong quá trình giải toán.

Tuy nhiên trong chương trình, sách giáo khoa môn toán ở THPT không trình bày phương pháp xác suất nên việc vận dụng xác suất vào giải toán là một vấn đề khó đối với nhiều học sinh. Với mong muốn tạo ra một tài liệu đầy đủ về phương pháp xác suất dành cho các giáo viên ôn thi học sinh giỏi cũng như các em học sinh giỏi có một tài liệu tham khảo trong quá trình học tập, tác giả đã lựa chọn đề tài **"Vận dụng phương pháp xác suất vào giải một số đề thi học giỏi"**.

2. Mục đích nghiên cứu

Tìm hiểu và trình bày một cách hệ thống các kiến thức cơ bản về tổ hợp và xác suất. Trình bày việc vận dụng phương pháp xác suất vào giải một số bài toán dành cho học sinh giỏi trong nước và quốc tế.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

Luận văn có các nhiệm vụ chính sau:

- Tìm hiểu ý tưởng của phương pháp xác suất.

- Sưu tầm và trình bày việc vận dụng xác suất vào giải một số bài toán dành cho học sinh giỏi, đề thi chọn học sinh giỏi trong nước và quốc tế.
- Đưa ra lời giải chi tiết, đầy đủ cho bài toán mà trong các tài liệu tham khảo chỉ có lời giải tóm tắt hoặc gợi ý.

4. Nội dung luận văn

Ngoài phần mở đầu, kết luận, tài liệu tham khảo, luận văn được trình bày ngắn gọn trong hai chương:

Chương 1. Một số kiến thức chuẩn bị

1.1. Khái niệm xác suất và một số tính chất cơ bản.

1.2. Một số bài tập tổ hợp.

Chương 2. Vận dụng phương pháp xác suất vào giải một số đề thi học sinh giỏi

Chương này đã trình bày các kết quả của tài liệu tham khảo. Dự kiến nội dung:

2.1. Ý tưởng vận dụng xác suất vào giải toán.

2.2. Vận dụng phương pháp xác suất vào giải một số đề thi học sinh giỏi trong nước.

2.3. Vận dụng phương pháp xác suất vào giải một số đề thi học sinh giỏi quốc tế.

Một cách cụ thể, luận văn sẽ trình bày các kết quả chính trong các tài liệu tham khảo [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7].

Chương 1

Một số kiến thức chuẩn bị

1.1. Khái niệm xác suất và một số tính chất cơ bản

1.1.1. Khái niệm xác suất

Quan sát các biến cố đối với một phép thử, mặc dù không thể khẳng định một biến cố có xảy ra hay không nhưng người ta có thể phỏng đoán khả năng xảy ra của các biến cố này là ít hay nhiều. Khả năng xảy ra khách quan của một biến cố được gọi là **xác suất** (probality) của biến cố đó.

$P(A)$ là một con số đặc trưng cho khả năng xảy ra nhiều hay ít cho một biến cố. Xác suất của biến cố A, kí hiệu là $P(A)$, có thể được định nghĩa bằng nhiều dạng sau:

- Dạng cổ điển.
- Dạng hình học.
- Dạng thống kê.
- Dạng tiên đề Kolmogorow.

1.1.1 Định nghĩa cổ điển

Nếu A là biến cố có $n(A)$ biến cố sơ cấp thích hợp với nó trong một không gian biến cố sơ cấp gồm $n(\Omega)$ *biến cố cùng khả năng* xuất hiện thì tỉ số $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$ được gọi là *xác suất* của A.

Như vậy điều kiện để áp dụng định nghĩa này là:

+) $n(\Omega) < \infty$.

+) Các biến cố sơ cấp phải có cùng khả năng xuất hiện.

Để tính xác suất cổ điển ta sử dụng phương pháp đếm của giải tích tổ hợp. Sau đây, ta nhắc lại một số công thức:

- **Quy tắc cộng**

  Nếu có m_1 cách chọn loại đối tượng X_1, m_2 cách chọn loại đối tượng X_2, ...,m_n cách chọn loại đối tượng X_n. Các cách chọn đối tượng X_i không trùng với cách chọn X_j nếu $i \neq j$; $i, j = \overline{1, n}$ thì có $m_1 + m_2 + ... + m_n$ cách chọn một trong các đối tượng đã cho.

- **Quy tắc nhân**

  Giả sử công việc H gồm nhiều công đoạn liên tiếp H_1, H_2, $\ldots$, H_k và mỗi công đoạn H_i có n_i cách thực hiện thì có tất cả $n_1.n_2...n_i$ cách thực hiện công việc H.

- **Hoán vị**

  Cho tập hợp A gồm n phần tử, $(n \geq 1)$. Mỗi cách sắp xếp n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó. Số hoán vị của n phần tử kí hiệu là P_n.

$$P_n = n(n-1)...2.1 = n!. \tag{1.1}$$

- **Chỉnh hợp**

  Cho tập hợp A gồm n phần tử. Một bộ phận gồm k phần tử sắp thứ tự của tập hợp A được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử. $(1 \leq k \leq n)$. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử kí hiệu là A_n^k.

$$A_n^k = n(n-1)...(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}. \tag{1.2}$$

- **Chỉnh hợp lặp**

  Cho tập hợp X gồm n, $(n \in N^*)$ phần tử. Một dãy có độ dài m, $(m \in N^*)$ các phần tử của X, trong đó mỗi phần tử có thể lặp đi lặp lại nhiều lần, sắp xếp theo thứ tự nhất định gọi là một chỉnh hợp chập m của n phần tử.

  Số chỉnh hợp lặp chập m của n phần tử kí hiệu là $\bar{X}_n^m$.

$$\bar{X}_n^m = n^m. \tag{1.3}$$

- **Tổ hợp**

  Cho tập hợp A gồm n phần tử. Một tập con gồm k phần tử của tập hợp A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho $(0 \leq k \leq n)$. Cũng có thể xem một tổ hợp chập k của n phần tử là một cách chọn đồng thời k của tập n phần tử.

  Hai chỉnh hợp chập k của n phần là khác nhau nếu:

  - Có ít nhất 1 phần tử của chỉnh hợp này không có trong chỉnh hợp kia.

  - Các phần tử đều như nhau nhưng thứ tự khác nhau.

  Vậy với mỗi tổ hợp chập k của n phần tử có $k!$ chỉnh hợp tương ứng. Mặt khác, hai chỉnh hợp khác nhau ứng với hai tổ hợp khác nhau. Do đó, số tổ hợp chập k của n, kí hiệu C_n^k là:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}. \tag{1.4}$$

1.1.2 Định nghĩa xác suất theo quan điểm hình học

Giả sử một điểm được rơi ngẫu nhiên vào một miền D, A là một miền con của D. Khi đó xác suất để điểm rơi ngẫu nhiên vào miền A được xác định bởi công thức:

$$P(A) = \frac{\text{số đo miền A}}{\text{số đo miền D}}. \tag{1.5}$$

Số đo ở đây có thể là độ dài, diện tích, hay thể tích tùy thuộc vào miền xét trên đường thẳng, mặt phẳng hay trong không gian ba chiều.